

HÀM PHÂN PHỐI CỦA MỘT SỐ ĐẶC TRƯNG MƯA Ở NGHĨA BÌNH

Nguyễn Năng Nhung - Đài KTTV Nghĩa Bình



ÁO suất của các đặc trưng mưa có nhiều ý nghĩa trong thực hành cũng như trong nghiên cứu khí hậu.

Bài này nhằm bước đầu tìm hiểu tính toán các hàm phân phối xác suất đối với lượng mưa ngày lớn nhất trong năm và tổng lượng mưa năm ở Nghĩa Bình.

1. Số liệu :

Ở Nghĩa Bình có hai trạm có số liệu mưa tương đối dài khoảng 50-60 năm, đó là trạm khí tượng Qui Nhơn và Quảng Nghĩa. Với chuỗi số liệu dài như vậy có khả năng dùng được vào việc xét những đặc trưng xác suất.

2. Tính toán hàm phân phối đối với lượng mưa ngày lớn nhất trong năm :

Đối với phân phối cực trị của nhiều yếu tố khí tượng thủy văn có thể sử dụng phân phối tiệm cận loại I các giá trị cực trị [1] :

$$F(x) = \exp(-\exp(-y)) \quad (1)$$

Có thể nói vắn tắt như thế này :

Giả sử η là trị số lớn nhất trong n trị số quan trắc. Khi n lớn, thì phân phối mẫu của η có thể dùng hàm số (1) để xấp xỉ, tức là :

$$P(\eta < x) = F(x) = \exp(-\exp(-y)) \quad (2)$$

ở đây

$$y = \alpha(x - \mu)$$

μ = mood của phân phối cực trị

α là tham số tỉ lệ nghịch với độ lệch chuẩn.

Các công thức ước lượng của μ và α như sau :

$$\mu = \bar{x} - \frac{\sigma}{\alpha} \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{\sqrt{6}\sigma} \quad ; \quad \sigma = 0,57722 \quad (4)$$

trong đó \bar{x} là kỳ vọng toán, σ là độ lệch chuẩn có thể ước lượng từ số liệu mẫu.

Để có thể sử dụng (2) vào mục đích của chúng ta, theo Gumbel [1] cần phải chấp nhận một số giả thiết, trong đó có :

a/.. $n = 365$ là đủ lớn, và :

b/.. Các quan trắc hàng ngày là độc lập.

Giả thiết a) không thể kiểm nghiệm được còn giả thiết b) không đúng. Tuy nhiên trong một mức độ nào đó vẫn có thể chấp nhận được nếu qua kiểm nghiệm giả thiết và phân bố không bị bác bỏ.

Kết quả tính toán đối với số liệu tại Qui nhơn và Quảng nghĩa được đưa ra ở bảng 1.

Bảng 1

| Địa điểm | Số năm quan trắc | \bar{x} | σ | $y = \alpha (x - \mu)$ |
|-------------|------------------|-----------|----------|------------------------------|
| Quảng nghĩa | 53 | 208 | 105,152 | $0,012201 (x - 208) + 0,577$ |
| Qui nhơn | 53 | 156 | 61,887 | $0,020731 (x - 156) + 0,577$ |

Mặc dù đã có nhiều tài liệu [1, 2, 3, ...] khẳng định rằng phân phối (1) có thể dùng để khớp phân phối thực nghiệm các giá trị cực trị khi tượng thủy văn; song trước khi quyết định dùng mô hình này, cần phải kiểm nghiệm thống kê xem mô hình này có phù hợp với thực tế hay không.

Ở đây chúng tôi đã sử dụng tiêu chuẩn "phù hợp" Kan-mơ-gô-rốp [4] để kiểm nghiệm thống kê.

Về tiêu chuẩn "phù hợp" Kan-mơ-gô-rốp có thể trình bày một cách tóm lược như sau :

$$\text{Giá sử } D_N = \sup_x |F_N(x) - F(x)| \quad (5)$$

trong đó $F(x)$ là hàm phân phối của biến ngẫu nhiên liên tục, $F_N(x)$ là phân phối thực nghiệm.

Kan-mơ-gô-rốp đã chỉ ra : khi $N \rightarrow \infty$ thì :

$$P(\sqrt{ND_N} < z) \rightarrow k(z) = \begin{cases} 0 & , z \leq 0 \\ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k \exp(-2k^2 z^2), & z > 0 \end{cases} \quad (6)$$

Dựa vào đó, có thể phát biểu tiêu chuẩn "phù hợp" như sau :

Giá sử ký hiệu $D_N^{(0)}$ là số cực đại của hiệu $|F_N(x) - F(x)|$ và đặt

$$\lambda_0 = \sqrt{ND_N^{(0)}}$$

Nếu hiệu số

$$1 - k(\lambda_0) \sim P(\sqrt{ND_N} \geq \lambda_0) \quad (7)$$

bộ thì tồn tại một sự kiện xác suất bé và do đó giả thiết bị bác bỏ; ngược lại hiệu số $1 - k(\lambda_0)$ lớn thì không có cơ sở để bác bỏ giả thiết, và do đó chấp nhận giả thiết là phù hợp với thực nghiệm.

Hàm số $k(z)$ đã được lập sẵn thành bảng.

Kết quả tính toán đối với số liệu Qui nhơn và Quảng nghĩa như sau :

| | | |
|-------------|-------------|---|
| Địa điểm | λ_0 | $1 - k(\lambda_0) \sim P(\sqrt{ND} \geq \lambda_0)$ |
| Quảng nghĩa | 0,54 | 0,932503 |
| Qui nhơn | 0,51 | 0,957186 |

Từ kết quả ở bảng 2 cho thấy rằng có thể chấp nhận phân phối (2) với y được trình bày ở bảng 1 có thể được làm khớp với phân phối thực nghiệm của lượng mưa ngày lớn nhất trong năm.

Dùng các phân phối này ta tính được thời gian quay trở lại T ứng với các lượng mưa ngày lớn nhất trong năm khác nhau.

Thời gian quay trở lại được tính theo công thức : [3]

$$T = \frac{1}{1 - F(x)} \quad (8)$$

Kết quả tính toán được đưa ra ở bảng 3.

Bảng 3

| x (mm) | | 500 | 400 | 300 | 200 | 100 |
|--------|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| T | Quảng nghĩa | 63 | 19 | 6 | 2 | 1 |
| (năm) | Qui nhơn | | 279 | 36 | 5 | 1 |

3. Tính toán hàm phân phối đối với lượng mưa năm :

Có thể sử dụng hàm phân phối chuẩn loga [5] để xấp xỉ phân phối thực nghiệm tổng lượng mưa năm. Hàm mật độ của phân phối này với cách đổi biến đơn giản $y = \ln x$ có dạng :

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)^2\right) \quad (9)$$

Từ (9) hàm phân phối có dạng :

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz \quad (10)$$

với

$$u = \frac{\ln x - \mu}{\sigma} \quad (11)$$

Hàm số dạng (10) chính là hàm phân phối chuẩn với biến u , hàm số này đã được lập sẵn thành bảng, chẳng hạn như [6].

Các tham số μ và σ của phân (10) có thể ước lượng qua số liệu của mẫu như sau :

$$\mu = 2 \ln \bar{x} - \frac{1}{\bar{x}^2} \quad (12)$$

$$\sigma^2 = \ln \bar{x}^2 - 2 \ln \bar{x} \quad (13)$$

Kết quả tính toán như nêu ra ở bảng 4.

Bảng 4

| Địa điểm | Số năm quan trắc | μ | σ^2 |
|-------------|------------------|---------|------------|
| Quảng nghĩa | 58 | 7,70641 | 0,05807 |
| Qui nhơn | 55 | 7,39580 | 0,06286 |

Trước khi quyết định dùng phân phối này để làm khớp với phân phối thực nghiệm tổng lượng mưa năm, cần phải kiểm nghiệm giả thiết về phân phối. Ở đây chúng tôi lại sử dụng tiêu chuẩn phù hợp Kan-mơ-gô-rốp.

Kết quả tính toán như ở bảng 5.

Bảng 5

| Địa điểm | λ_0 | $1 - k(\lambda_0)$ |
|-------------|-------------|--------------------|
| Quảng nghĩa | 0,51 | 0,957186 |
| Qui nhơn | 0,35 | 0,999697 |

Kết quả trên đây cho thấy có thể chấp nhận dùng phân phối chuẩn loga để xấp xỉ phân phối thực nghiệm tổng lượng mưa năm.

Sử dụng công thức (8) có thể tính thời gian quay trở lại ứng với các lượng mưa năm như ở bảng 6.

Bảng 6

| x (mm) | | 1000 | 1500 | 2000 | 2500 | 3000 | 3500 |
|---------|-------------|------|------|------|------|------|------|
| T (năm) | Quảng nghĩa | 1 | 1,0 | 1,5 | 3 | 9 | 33 |
| | Qui nhơn | 1 | 1,6 | 5,0 | 23 | 137 | |

Đối với tổng lượng mưa tháng, chúng tôi thử dùng phân phối chuẩn loga để xấp xỉ cho một tháng mùa mưa (tháng X) và một tháng mùa khô (tháng IV). Kết quả kiểm nghiệm giả thiết theo tiêu chuẩn phù hợp Kan-mơ-gô-rốp như nêu lên ở bảng 7.

Bảng 7 - Giá trị $1 - k(\lambda_0)$

| Địa điểm | Tháng IV | Tháng X |
|-------------|----------|----------|
| Quảng nghĩa | 0,001579 | 0,496192 |
| Qui nhơn | 0,071712 | 0,496192 |

Kết quả này cho thấy đối với tổng lượng mưa tháng chưa chấp nhận được phân phối (1) làm xấp xỉ.

Theo kết quả thử nghiệm của Yêu Trầm Sinh [3] thì không những phân phối chuẩn loga mà một số phân phối khác như phân phối Pearson loại hình III [7], hoặc phân phối Edgeworth [3], cũng không dùng được để xấp xỉ phân phối thực nghiệm tổng lượng mưa tháng. Vì vậy đối với tổng lượng mưa tháng, nên sử dụng công thức thực nghiệm đã nêu lên ở [8, 9] hoặc đi theo hướng xấp xỉ giải tích phân phối thực nghiệm bằng cách khai triển thành chuỗi theo một hàm số chuẩn lựa chọn nào đó [10].

Từ những kết quả bình toán ở bảng 3 và bảng 6 đã góp một phần vào nhận định rằng đối với chế độ mưa ở Nghĩa bình có sự khác nhau rõ rệt trong chế độ phân phối mưa giữa phần bắc và phần nam tỉnh.

Tài liệu tham khảo

- [1] E. Gumbel. Thống kê các giá trị cực trị. Mas-co-va, nhà xuất bản "Thế giới", 1965.
- [2] N.V. Kô-bu-sê-va. Các tính toán gián tiếp các đặc trưng khí hậu. Lê-nin-grat, nhà xuất bản Khí tượng thủy văn, 1971.
- [3] Yêu Trầm Sinh. Thống kê khí hậu. Bắc kinh, nhà xuất bản khoa học, 246 trang.
- [4] B.V. Gô-nhiê-den-kô. Giáo trình lý thuyết xác suất. Hà nội, nhà xuất bản Giáo dục, 1962.
- [5] G. Hahn và S. Sa-pi-rô. Các mô hình thống kê trong các bài toán kỹ sư. Mas-co-va, nhà xuất bản "Thế giới", 1969.
- [6] N.V. Smi-ơ-nốp và I.V. Đu-nhin-bar-côp-ski. Giáo trình lý thuyết xác suất và thống kê toán. Mas-co-va, nhà xuất bản Khoa học, 1969, 512 trang.
- [7] L.N. Bô-l-sép, N.V. Smi-ơ-nốp. Các bảng thống kê toán. Mas-co-va, nhà xuất bản Khoa học, 1965.
- [8] Khí hậu châu Á ngoại Liên xô. Lê-nin-grat, nhà xuất bản Khí tượng thủy văn, 1975, 448 trang.
- [9] K.P. Kli-ri-sép, I. Gô-rô-skôp. Tính toán thủy văn. Hà nội, nhà xuất bản Khoa học và kỹ thuật, 1978, 486 trang.
- [10] V.S. Pa-gi-tráp. Lý thuyết hàm ngẫu nhiên tập I. Hà nội, nhà xuất bản Đại học và trung học chuyên nghiệp, 1978, 558 trang.

H Ộ P T H Ứ

Chúng tôi đã nhận được bài của các đồng chí : Lê Văn Sinh (Cơ sở KTTĐCB) ; Nguyễn Minh Phú, Lê Mực (Đài KTTV T.P. Hồ Chí Minh) ; Lê Đức Nhơn (Đài KTTV Hanoi) ; Nguyễn Bích Dung (Viện KTTV) ; Hồng Nụ (Đài KTTV Đồng nai) ; Lê Duy Đậu (Đài VLĐC Phú Liên) ; Minh Văn Loan (Cơ sở DB KTTV) ; Trần Long Ân (Đài KTTV Đắc Lắc) ; Phạm Xuân Việt (Cơ sở DB KTTV) ; Nguyễn Hữu Phước (Đài KTTV Nghĩa bình) ; Trần Gia Khánh (Cơ sở DB KTTV) ; Nguyễn Hằng Nhung (Đài KTTV Nghĩa bình) ; Nguyễn Thị Như Hạnh (Đài KTTV Nghĩa bình) ; Lê Văn Hồ (Văn phòng Ủy ban sông Hồng) ; Nguyễn Tác Nhân (Cơ sở KTTĐCB).

Kính chân thành cảm ơn các đồng chí và mong các đồng chí tiếp tục cộng tác với Nội san.

Ban biên tập Nội san Khí tượng thủy văn